

# Cambiando el ángulo

Invertir la clase para dar sentido a la Trigonometría







MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL

Dirección General de Evaluación y Cooperación Territorial

Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF)

**Recursos Educativos Digitales** 

Diciembre 2019

NIPO (web) 847-19-120-X

ISSN (web) 2695-4184

DOI (web) 104438/2695-4184\_EEI\_2019\_847-19-120-X

NIPO (formato html) 847-19-132-2

NIPO (formato pdf) 847-19-133-8

DOI (formato pdf) 104438/2695-4184\_EEIpdf21\_2019\_847-19-133-8

"Cambiando el ángulo" por Javier Valdés Gómez para INTEF <a href="https://intef.es">https://intef.es</a>

Obra publicada con Licencia Creative Commons Reconocimiento-Compartir Igual 4.0

https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/



Todas las imágenes utilizadas en el desarrollo de esta experiencia cuentan con la autorización de los autores del contenido para su publicación en la web del INTEF.

Imagen del índice tomada de OpenClipart-Vectors en Pixabay

Para cualquier asunto relacionado con esta publicación contactar con:

Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado

C/Torrelaguna, 58. 28027 Madrid.

Tfno.: 91-377 83 00. Fax: 91-368 07 09

Correo electrónico: cau.recursos.intef@educacion.gob.es



## Entendiendo el proyecto...

El proyecto "Experiencias Educativas inspiradoras" se encuadra dentro del Plan de Transformación Digital Educativa lanzado desde el INTEF en 2018.

A través de la realización de proyectos personales de los docentes, o proyectos de centro donde se busca mejorar algún aspecto del ámbito educativo, se encuentran experiencias asociadas a tecnología digital que consiguen efectos transformadores.

Son estas experiencias, las que este proyecto intenta localizar y darles visibilidad para conseguir que se extrapolen a otros entornos educativos reglados.

Dos son los OBJETIVOS claros que pretende alcanzar este proyecto:

#### CREACIÓN DE REPOSITORIO



Creación de un repositorio de experiencias didácticas asociadas a tecnología digital, ya aplicadas en el entorno educativo y que hayan demostrado tener un efecto transformador.

#### **DIFUSIÓN ENTRE DOCENTES**



Difundir estas experiencias con el fin de inspirar a otros docentes en su práctica diaria.

"Que las experiencias de unos sirvan de guía e inspiración para otros".





# Índice

			- 2=
3 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	100 miles	0 80	3 4 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
100			Índice
			1. Introducción
			2. Punto de par

nd	ice		

Ti Titti GaaGGTGTT	
2. Punto de partida	6
3. Paso a paso	7
4. Evaluamos	12
5. Conclusiones	13
6. ¿Te animas?	14
7. Material complementario	15



# 1. Introducción



**RESPONSABLE** Javier Valdés Gómez

CENTRO ESCOLAR Colegio de la Inmaculada (Jesuitas – Gijón)

**DIRECCIÓN** C/ Hnos. Felgueroso, 25. CP 33205

LOCALIDAD Y PROVINCIA Gijón (Asturias)

WEB DEL CENTRO https://www.colegioinmaculada.es/

**EMAIL DE CONTACTO** jvaldes@colegioinmaculada.es

Aproximar las Matemáticas a la realidad de los alumnos, sacar el máximo provecho al tiempo de clase y lograr una atención más individualizada es el objetivo de esta experiencia.

Se busca, así, que el alumnado aprenda mejor, fomentando su responsabilidad y autonomía, e intentando que, con un cambio de metodología, su motivación y el ambiente de la clase mejoren.

Los puntos claves son:

- El uso de vídeos, dentro del modelo de clase invertida.
- Realización en clase de actividades significativas que ayuden a visualizar los conceptos geométricos del tema.
- Puesta en práctica real de ejercicios que normalmente se hacían en papel.
- Adecuación al ritmo de trabajo de cada alumno.
- Manejo de las TIC: apps, vídeos, GeoGebra, formularios, etc., mediante el uso de tablets, PCs y teléfonos móviles.
- Utilización de múltiples instrumentos de evaluación, lo que permite que cada alumno fije sus fechas de examen.
- Aplicación de analíticas de aprendizaje.



Alumnado trabajando en el proyecto.

## 2. Punto de partida

Esta experiencia se desarrolla el Colegio de la Inmaculada (Jesuitas, Gijón) en la asignatura de Matemáticas en 4º de ESO.

El Colegio de la Inmaculada es un centro concertado con tres líneas, desde Educación Infantil hasta 2º de Bachillerato. Desde hace años se trabaja en un entorno BYOD (*Bring your own device*) 1:1, de manera que cada alumno trabaja con su propio dispositivo en el aula.



🥊 Colegio de la Inmaculada Jesuitas-Gijón.

En este sentido, cabe señalar que este centro fue, en su momento, pionero en la implantación de dispositivos electrónicos en las aulas, sustituyendo los libros de texto por materiales propios para fomentar metodologías más activas. Google Classroom y las herramientas de Google para educación son, de hecho, fundamentales en el trabajo diario en las aulas y en la comunicación entre alumnos, profesores y familias.



Trabajando sobre los vídeos y los formularios.

A esta experiencia didáctica de Matemáticas se llegó en un proceso de varios años. Comenzó con el uso puntual de algún vídeo con fines didácticos y fue evolucionando hasta su actual implantación más sistemática, que cambió la dinámica de las clases y el papel en ellas de los alumnos y del profesor. En este documento, está presentada en los términos en que se llevó a la práctica en el curso 2018-2019.



# 3. Paso a paso

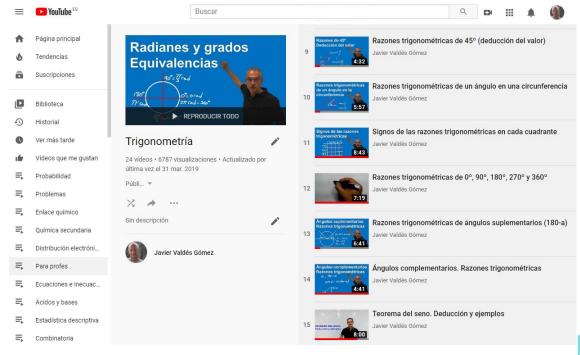
Esta experiencia parte de la idea de que el tiempo de clase debe ser de trabajo activo de los alumnos. Así, el profesor, al despegarse de la pizarra, por haber pasado la mayor parte de las explicaciones a los vídeos, puede acompañarles y hacer un seguimiento individualizado de su progreso. En este sentido, las actividades del aula deben ser significativas y permitir a los estudiantes ver las aplicaciones prácticas de lo que estudian.

En el caso de la Trigonometría, por su componente geométrico, resulta fundamental el apoyo de las tecnologías para generar gráficos y aplicaciones interactivas que ayuden a visualizar y entender mejor esos conceptos.

## Paso 1. Preparación de los materiales: vídeos y formularios de autoevaluación

En primer lugar, por parte del profesor, se analizó la unidad de Trigonometría en cuestión para descomponerla en partes que se pudiesen desarrollar en vídeos cortos. Los vídeos se agruparon en a una lista de reproducción de YouTube, que se puede consultar aquí. Actualmente, consta de 24 vídeos de elaboración propia, que van desde las medidas de ángulos a las definiciones de las razones trigonométricas, pasando por la resolución de triángulos utilizando el teorema del coseno.

El formato y tipo de vídeo cambian en función del contenido: una mayor o menor presencia de gráficos o de operaciones hace más adecuado un formato u otro. En este enlace, se puede encontrar una explicación sobre las diferentes formas de hacer vídeos para *Flipped Classroom*.



Se intenta que los vídeos no pasen de los siete minutos de duración. Se graban con un teléfono o un iPad y se editan con un programa sencillo, por lo que apenas es necesaria ninguna inversión. Acompañando a cada vídeo, se prepara un formulario de Google con preguntas relativas al contenido del mismo o sobre aplicaciones directas de lo que se explica.

Los formularios están hechos en modo autoevaluación, de manera que los alumnos saben si han contestado bien o mal a cada pregunta y, en sus respuestas erróneas, reciben una aclaración sobre lo que habrían debido contestar. La puntuación que obtienen en cada formulario no se tiene en cuenta especialmente para sus notas, ya que responderlo y ver el resultado no se considera un instrumento de calificación sino que forma parte del proceso de aprendizaje y de la autoevaluación. En los ejercicios más complejos los formularios van incluyendo preguntas sobre cada uno de los pasos intermedios, de modo que el formulario también sirve de guía en las etapas de resolución de los problemas.

#### Paso 2. Cronograma

El cronograma es el documento base para seguir el desarrollo del tema. Los alumnos disponen de él desde el inicio del mismo.

En este documento aparecen ordenadas todas las tareas del tema. Para cada una, se indica:

- el título de la misma,
- · el enlace al vídeo con la explicación,
- el enlace al formulario o la tarea de aplicación de esos contenidos,
- la fecha límite de entrega de esa tarea.

En el cronograma, se especifican también las normas de trabajo, incluyendo que cada alumno puede realizar las pruebas escritas en la fecha que quiera (dentro de un plazo máximo estipulado).

#### CONTENIDOS FUNDAMENTALES, ACTIVIDADES Y CRONOGRAMA DEL TEMA

1ª Parte: Conceptos iniciales y aplicación a triángulos rectángulos

Medidas de ángulos. Definición de radian y cambios de unidades

- \*Conceptos iniciales fundamentales para e resto del tema
  - Vídeo: <u>Definición de Radián y cambio de unidades</u>
     Vídeo: <u>Radianes y grados. Equivalencias</u>
  - Video: Radianes y grados. Equivale
     Tarea 0: Responde al formulario

Fecha límite de entrega de la tarea: 21 marzo

Definición de las razones trigonométricas de un ángulo en un triángulo rectángulo \*Pregunta de teoría clave

- Vídeo: Razones trigonométricas de un ángulo
- 1ª Tarea: Responde al formulario
   Fecha límite de entrega de la tarea: 21 marzo

Resolución de triángulos rectángulos I

- \*Objetivo fundamental de práctica
   Vídeo: Resolución de triángulos rectángulos
  - 2ª Tarea: Responde al formulario

Fecha límite de entrega de la tarea: 22 marzo

Resolución de triángulos rectángulos II

- Vídeo: Resolución de triángulos rectángulos
- 3ª Tarea: Responde al formulario Fecha límite de entrega de la tarea: 25 marzo

Relaciones entre las razones tigonométricas de un ángulo

- \*Preguntas de teoría clave
  - Vídeo: Deducir la ecuación fundamental de la trigonometría
  - Vídeo: Relaciones entre seno coseno y tangente
    Las deducciones de estas expresiones deben estar en la libreta correctamente
    explicadas, paso a paso incluyendo los diagramas.
    Fecha límite para tener las preguntas de teoría en la libreta 26 marzo

Partiendo del valor de una de las razones trigonométricas de un ángulo calcular las demás

- Objetivo fundamental de práctica
   Vídeo: Cálculo razones trigonométricas
  - 4ª Tarea: <u>Cálculo de razones trigonométricas de un ángulo</u>
     Fecha límite de entrega de la tarea: 28 marzo

#### Paso 3. Actividades de clase

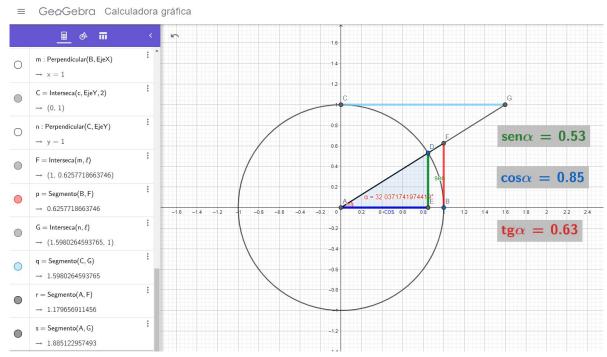
El tiempo de trabajo activo en clase se dedica a:

#### Actividades con GeoGebra

El uso de GeoGebra permite visualizar los conceptos geométricos de forma muy clara, de manera que son los propios alumnos quienes hacen las construcciones interactivas. Esto les obliga a reflexionar más sobre lo que quieren representar en ellas y refuerza el pensamiento computacional. Además, sus propias construcciones les sirven para comprobar los resultados de los ejercicios y problemas.

Los primeros pasos con Geogebra deben ser muy guiados. Los estudiantes disponen de tutoriales para las primeras construcciones. Una vez que comienzan a familiarizarse con la aplicación, llegan a ser muy autónomos y esto les da oportunidad de utilizar Geogebra en otras áreas, como Física y Dibujo.

En este enlace, se puede encontrar un tutorial sobre cómo representar las razones trigonométricas de un ángulo en una circunferencia con GeoGebra (https://www.youtube. com/watch?v=RjCXoUez\_tc)



#### Construcción de GeoGebra.

#### Actividades sobre medidas reales y actividades de carácter interdisciplinar

La mayoría de los problemas que aparecen en los textos clásicos, como calcular la altura de una torre o la distancia entre dos puntos inaccesibles, pueden hacerse en la realidad. Así, los alumnos conocen la aplicación práctica de lo estudiado, más allá del papel.

En este sentido, recomiendo llevar a cabo esas sesiones de clase en el patio del colegio, lo que les resulta diferente y motivador. Las apps específicas de topografía permiten realizar con precisión medidas de ángulos, utilizando los teléfonos móviles como si fuesen teodolitos. En nuestro caso, el día antes de bajar al patio, los alumnos ya deben tener descargada la aplicación (gratuita) en su teléfono para poder darles una



Midiendo el edificio del colegio con los teléfonos móviles.

sencilla explicación de su uso. Ejemplos de estas aplicaciones son: Teodolito Droid y Dioptra.

La primera práctica consiste en calcular la altura del edificio del colegio sin medir la distancia a la base, a partir de las medidas de dos ángulos, que deben hacer con sus teléfonos. Una vez realizada la práctica, los estudiantes deben entregar un informe con el resultado y la explicación de los pasos seguidos.

Esta misma actividad se realiza también conjuntamente con la asignatura de Física y Química. Así, la misma altura del edificio medida por Trigonometría se calcula también aplicando las leyes de la caída de los cuerpos. En este caso, se mide el tiempo que



Captura de la aplicación de medida de ángulos, marcando en rojo el ángulo de interés en este problema.

tarda en llegar al suelo un balón de baloncesto que se suelta desde la azotea. Para disminuir el error en la medida del tiempo, la caída se graba en vídeo y se utiliza el temporizador del editor de vídeo (permite precisar hasta las milésimas) para conocer el tiempo.

Resulta muy interesante comparar la precisión de ambas medidas.

#### Trabajo por grupos

Buena parte del tiempo de clase se utiliza para que los alumnos, por parejas o pequeños grupos, avancen en las tareas del tema, viendo los vídeos y respondiendo a los formularios.

Es, en esos momentos, cuando el profesor puede aproximarse a cada uno de ellos para comprobar cómo van y ayudarles individualmente con las dificultades y dudas que puedan tener. Si se detecta la misma duda o hay preguntas de formularios mal contestadas por varios alumnos, se realiza una explicación general de las mismas en la pizarra.



Alumnado trabajando en grupo durante el desarrollo de la Unidad.

#### Paso 4. Analíticas de aprendizaje y Evaluación

Vincular los formularios a Google Classroom y volcar esa información a un programa de gestión de aula, como iDoceo o Aditio, permite al profesor manejar una enorme cantidad de información con muy poco esfuerzo. En este videotutorial, se puede encontrar información sobre cómo vincular los formularios de autoevaluación a Google Classroom y a iDoceo.

De este modo, el seguimiento del progreso de los alumnos y del grupo permite intervenir y adaptar el ritmo de trabajo en el momento en que se detectan dificultades. Por otro lado, el hecho de que los alumnos sepan que el profesor realiza un seguimiento inmediato de su cumplimiento de las tareas y que esto se tiene en cuenta para su evaluación hace que la práctica totalidad del grupo cumpla con los plazos pedidos en todos los trabajos.



Captura del cuaderno de clase con las anotaciones de las tareas.



♣ Sesión de clase desarrollada en el patio del colegio.

Para la evaluación de los alumnos, se considera:

- El grado de cumplimiento de las tareas (formularios, construcciones de GeoGebra).
- La entrega de los informes de las prácticas y la calidad de los mismos (valorados con una rúbrica que los alumnos conocen).
- El grado de colaboración con sus compañeros.
- Las pruebas escritas.

Más del 30% de la clase aprovecha la posibilidad de adelantar las fechas de las pruebas escritas para adaptarlas mejor a su calendario personal de trabajo. Esta opción les responsabiliza y potencia su autonomía personal.

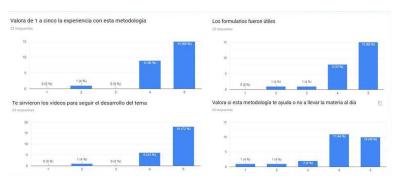
### 4. Evaluamos

Para la evaluación de la experiencia, se tienen en cuenta tres cuestiones:

- los resultados académicos del alumnado;
- la valoración que de la misma hacen los estudiantes;
- la valoración del profesor en función de sus observaciones, de los resultados, etc.

Con respecto a los resultados académicos, la puesta en práctica de esta experiencia determina que los resultados mejoren respecto a años anteriores, al tiempo que disminuye el número de suspensos y la nota media de la clase es más alta.

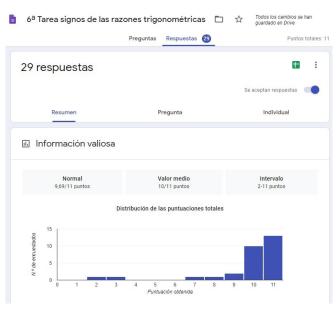
La importante mejora en el trabajo diario se ve reflejada en el cumplimiento de las



♣ Gráfica que recoge la valoración que el alumnado hace de la experiencia.

tareas programadas. En este sentido, cabe señalar que realizar el seguimiento de ese trabajo diario sería imposible sin el uso combinado de herramientas como Google Classroom e iDoceo, pues se generan, en un solo tema, más de 25 anotaciones de cada alumno.

Por otro lado, al final de cada curso, los alumnos responden una encuesta anónima de valoración del método seguido y los resultados siempre son muy favorables. En esa encuesta, se les piden, además, sugerencias de mejora, que, en muchos casos, son incluidas al curso siguiente. Los alumnos valoran especialmente la ayuda de los vídeos,



Gráfica que muestra los resultados obtenidos por el alumnado en una tarea concreta.

la libertad para seguir su propio ritmo y el hecho de que el trabajo diario cuente en gran medida para su calificación, disminuyendo la importancia de las pruebas escritas.

Mi valoración personal es muy positiva, ya que, además de las ventajas académicas ya mencionadas, mejoran el trato personal con los alumnos y la posibilidad de atender a sus dudas individualmente. Además, el hecho de que trabajen en trabajo en grupos tiene, como resultado, una incidencia positiva en el ambiente de la clase, lo que, sin duda, ayuda mucho en todos los aspectos.



### 5. Conclusiones

El resultado de esta experiencia está dando lugar a su extensión a otros temas de la asignatura de Matemáticas y a otras materias. La mejora de los resultados académicos y, muy especialmente la mejora en el ambiente de la clase (que evidentemente están relacionados), motiva para seguir en esta dirección.



Ambiente de clase durante el desarrollo del proyecto.

Desde este punto de vista, debo remarcar que el hecho de pasar menos tiempo explicando en la pizarra y mucho más tiempo tratando individualmente con los alumnos

Conociendo los antiguos métodos de medida de ángulos.

hace que, como profesor, sienta que mi trabajo es más útil.

Para terminar, cabe señalar que el proceso de trabajo no está cerrado, pues las valoraciones de los alumnos, el apoyo de los compañeros de los grupos de innovación y las aportaciones del claustro virtual de las redes sociales ayudan a intentar seguir mejorando y aportan nuevas ideas y sugerencias que contribuyen al enriquecimiento del proyecto.

# **→**

## | 6. ¿Te animas?

En este apartado, me gustaría dar algunos consejos que ayuden a otros docentes a replicar esta experiencia, tanto en Matemáticas como en otras asignaturas.

#### Respecto al trabajo del profesor:

Es importante empezar poco a poco, pues es difícil generar todo el material en un solo año. Recomiendo, en este sentido, aprovechar vídeos y formularios compartidos en la red, tanto para utilizarlos directamente como para tomar ideas. Además, es aconsejable buscar actividades auténticas, que rompan la dinámica tradicional de la clase y permitan, en ocasiones, salir del aula.

No hay que desanimarse si aparecen dificultades. En estos casos, conviene apoyarse en los compañeros y en los "claustros virtuales" de las redes sociales para resolver las dudas.

Por lo demás, aconsejo utilizar toda la información obtenida, tanto de los formularios como del seguimiento individual, para readaptar el calendario, localizar las principales dificultades e intentar resolverlas.

#### Respecto a la clase:

Desde el primer momento, hay que explicar claramente a los estudiantes el cambio de método y hacerles saber que se valorará especialmente el trabajo diario. Esto les motivará más y, si mejora el trabajo diario, ya está casi todo conseguido.



Alumno trabajando en el patio con su dispositivo móvil.

También es importante potenciar y valorar la autonomía personal del alumnado: si cada uno puede ir a su ritmo, no se debe penalizar a los que van más lento. Hay que animarles y ayudarles para que lo sigan intentando.

#### Respecto a los vídeos:

Con repecto a los vídeos, recomiendo no preocuparse en exceso por la edición y la calidad técnica. Basta con que estos aspectos sean aceptables. Sí es importante tratar de que no sean muy largos y de que el sonido tenga la calidad suficiente.



## 7. Material complementario

Presento, a continuación, algunos enlaces con recursos que pueden ser de interés:

Canal de YouTube de Matemáticas y Física y Química de Javier Valdés Gómez: youtube.com/c/JavierValdésGómez.

**Lista de reproducción de Trigonometría:** https://www.youtube.com/watch?v=PHT8iMtjun8&list=PL-HZes6NcWk9s1P2joP81uh9P0znCm57y

Descarga del cronograma del tema:

https://drive.google.com/open?id=1rXgS42wzyWiwn2PxHjqerDCQdVvwbNDB

Tipos de vídeos para Flipped Classroom:

https://www.youtube.com/watch?v=XmwfwzpI-Ec

Enlace a las construcciones de GeoGebra:

https://www.geogebra.org/m/hfkrjwsk

https://www.geogebra.org/m/yeuragxq

Tutorial para la construcción con GeoGebra:

https://www.youtube.com/watch?v=RjCXoUez\_tc

Formularios utilizados en las actividades:

https://drive.google.com/drive/folders/1RyD9qQ5Fhly9QNHMJmmtJvG9zD9lHtnZ?usp=sharing

**"Esto no entra en el examen":** web con infinidad de recursos de Matemáticas, actividades de GeoGebra, vídeos y mucho más, de Juan Francisco Hernández Rodríguez:

https://www.estonoentraenelexamen.com/



# Cambiando el ángulo **Invertir la clase para dar sentido a la Trigonometría**

